3ème Tech	Devoir de Maison N°1 Mathématiques	Lycée secondaire : Teboulba 2005-2006

Exercice N°1 :

Soit la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x) = \dfrac{ax+2-a}{x+1} & \text{Si } x \in]0,1[\quad ;(a \in IR) \\ f(x) = x + \sqrt{x^2 - x} & \text{Si } x \in]-\infty,0] \cup [1,+\infty[\end{cases}$

1-/ Déterminer le domaine de définition de f.

2-/ a) Montrer que f est continue en 1.

b) Déterminer la valeur de a pour que f soit continue en 0.

3-/ **On prend** $a = 2$:

b) Calculer : $\lim\limits_{(-3)} f$; $\lim\limits_{(\frac{1}{3})} f$; $\lim\limits_{+\infty} f$; $\lim\limits_{-\infty} f$ $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) - 3x$.

c) Calculer : $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}$; $\lim\limits_{x\to\frac{1}{3}} \dfrac{f(x)-f(\frac{1}{3})}{x-\frac{1}{3}}$.

d) Etudier la limite de $\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$ lorsque x tend vers 1.

Exercice N°2 :

1-/ a) Transformer : $Cos\left(5x - \dfrac{\pi}{6}\right) - Cos\left(x - \dfrac{\pi}{6}\right)$ en produit.

b) Ecrire : $Cos(6x) + \sqrt{3}Sin(6x)$ sous la forme $r.Cos(6x - \theta)$.

2-/ Soit les expression suivantes : $A(x) = Cos\left(5x - \dfrac{\pi}{6}\right) - Cos\left(x - \dfrac{\pi}{6}\right) + Sin\left(3x - \dfrac{\pi}{6}\right)$ et

$B(x) = 2 - Cos(6x) - \sqrt{3}Sin(6x)$

a) Calculer : $A(0)$; $A(\pi)$; $A(\dfrac{\pi}{2})$ et $B(\dfrac{\pi}{12})$.

b) Montrer que $B(x) = 4.Sin^2\left(3x - \dfrac{\pi}{6}\right)$. En déduire $Sin^2\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$

c) Montrer que $A(x) = 2.Sin\left(3x - \dfrac{\pi}{6}\right).\left[\dfrac{1}{2} - Sin(2x)\right]$.

Exercice N°3 :

I – Soit $A(x) = Cos\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right) + Cos\left(x + \dfrac{\pi}{12}\right)$ et $B(x) = 2 + Cos(2x) - \sqrt{3}Sin(2x)$

1-/ Montrer que pour tout $x \in IR$, $B(x) = 4Cos^2\left(x + \dfrac{\pi}{6}\right)$.

En déduire l'ensemble $E = \{x \in IR \quad / \quad B(x) \neq 0\}$.

2-/ Factoriser $A(x)$, puis simplifier , pour $x \in E$, $f(x) = \dfrac{A(x)}{B(x)}$.

3-/ Chercher $f(0)$ de deux manières. En déduire la valeur de $Cos\dfrac{\pi}{12}$.

II – $h(x) = Sin(5x) + Sin(x) + Cos(5x) - Cosx$.

1-/ Montrer que pour tout $x \in IR$, $h(x) = 2.Sin(3x)(Cos(2x) - Sin(2x))$.

2-/ En déduire $h(x) = 2.Sin(3x).Cos\left(2x + \dfrac{\pi}{4}\right)$.

3-/ Calculer $h(\dfrac{\pi}{12})$. En déduire $Sin\dfrac{\pi}{12}$.